

DOI: 10.7652/xjtuxb201709023

三轴离心机运动学模型及变加速度模拟算法

杨媚^{1,2}, 张亚红^{1,2}, 张帅³, 董光旭^{1,2}, 张希农^{1,2}

(1. 西安交通大学机械结构强度与振动国家重点实验室, 710049, 西安; 2. 西安交通大学陕西省航天结构
振动控制工程试验室, 710049, 西安; 3. 中国工程物理研究院总体工程研究所, 621999, 四川绵阳)

摘要: 针对开展加速度过载模拟试验中确定离心机运动参数存在困难的问题,通过构造对称过载,采用逆向求解运动参数的方法进行处理,然后确定系统输入。结合运动合成法和矩阵旋转法建立了离心机的运动学数学模型,该模型是求解运动参数的基础。基于运动学模型推导得到模拟预期加速度过载的相关运动参数计算公式,由递推法得到各级转子转角、角速度以及角加速度参数时间变化历程。以两种典型过载作为预期过载,采用运动学逆问题求解运动参数,并将求解结果作为系统输入,采用 RecurDyn 仿真离心机产生的加速度过载。与预期过载对比进行验证,结果表明,求逆算法能精确地模拟预期加速度过载,算例中最大绝对误差控制在 0.1g 以内。此项工作可为三轴离心试验中试验载荷的设计提供理论依据和设计方法。

关键词: 三轴离心机;运动学模型;三维变加速模拟;运动参数求逆

中图分类号: V217.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2017)09-0159-06

Kinematics Model and Acceleration Simulation Algorithm for a Three-Axis Centrifuge

YANG Mei^{1,2}, ZHANG Yahong^{1,2}, ZHANG Shuai³, DONG Guangxu^{1,2}, ZHANG Xinong^{1,2}

(1. State Key Laboratory for Strength and Vibration of Mechanical Structures, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;
2. Shaanxi Engineering Laboratory for Vibration Control of Aerospace Structures, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;
3. Institute of System Engineering, China Academy of Engineering Physics, Mianyang, Sichuan 621999, China)

Abstract: Dynamic acceleration simulation on three-axis centrifuge is important to test some precision instruments' performance under high G-load conditions. In order to select proper kinematic parameters to carry out dynamic acceleration simulations, a desired G-load curve is symmetrically constructed so that the kinematic parameters could be calculated inversely. First, the centrifuge system's kinematics model is established through the motion synthesis method and matrix rotation method. Then, kinematic parameters' calculation formulas are derived based on the kinematics modeling. The rotation angle, angle velocity and angle acceleration of each revolute joint are obtained by recursive method. To verify the algorithm, the G-load generated by RecurDyn, which uses the algorithm's results as input, is contrasted with the desired G-load. The result shows that the algorithm is viable and the maximum absolute error is less than 0.1g.

Keywords: three-axis centrifuge; kinematics model; 3D acceleration simulation; inversion of motion parameters

随着航天航空技术的发展,飞机机动性能不断提高^[1],战机在飞行过程中加速度快速变化,加速度高达 $9g$ (g 为重力加速度),加速度变化率高达 $9g/s$ ^[2]。在高加速度飞行状态中仪器试件承受三维高动态加速度荷载作用,如果只开展传统的稳态离心试验,试验载荷无法体现实际飞行过程中载荷的三维高动态特性,可能导致其在飞行中失效^[3]。因此,开展三维变加速度过载模拟试验是航空航天技术发展的一个关键环节。

三维变加速度过载模拟通常在多轴离心机上开展,通过三级转子的协调转动来模拟高动态的过载^[4]。目前已有较多关于离心机运动学正问题的研究^[5-8],对于离心机运动学逆问题的研究也受到更多关注^[9-13]。常乐等提出一种新型三通道离心机,通过运动学分析得到匀速转动情况下运动参数解析解^[3]。张东峰等基于简化处理后的运动学模型,模拟了双轴加速度^[10]。关立文等提出基于二维插值算法的实时运动规划算法^[11]。Richard 等求解加载阶段主旋臂角速度^[12]。Vidakovic 等采用 Jaccobi 椭圆函数求解微分方程计算出主旋臂角速度^[13],该方法对于过载加载和卸载段同样有效,但计算过程较为复杂。

结合现有研究,本文采用构造对称荷载和递推法进行变加速度过载模拟,过载仿真结果与预期值高度重合,验证了模拟算法的可行性和正确性。

1 运动学正问题分析

1.1 离心机简化模型

三轴离心机滚转轴和俯仰轴垂直且交于主旋臂的末端,各级转子的转动相对独立。以 Denavit-Hartenberg 参数定义法(D-H 法)^[14]定义离心机的坐标系,三轴离心机坐标系示意图如图1所示,定系数 $x_0y_0z_0$ 固结在基座上, xyz 固结在第3级转子上,为动坐标系。

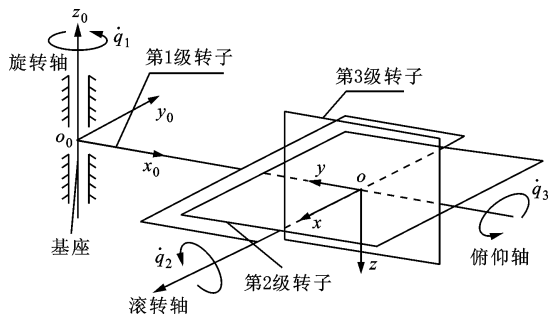


图1 三轴离心机坐标系示意图^[3]

随体坐标系与基座坐标系的转换关系为

$$D = \begin{bmatrix} c_1 s_2 s_3 & -c_1 c_2 & c_1 s_2 c_3 & -s_1 s_3 \\ -s_1 s_2 & -c_1 & s_1 s_2 c_3 + c_1 s_3 \\ -c_2 s_3 & -s_2 & -c_2 c_3 \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: s_i, c_i 为 $\sin(q_i), \cos(q_i)$ 的简写, $i=1, 2, 3$ 。

1.2 数学建模

由运动合成法可得离心机各级转子的绝对角速度,绝对角加速度的关系为

$$\omega_{i+1} = \omega_e + \omega_r = \omega_i + \dot{q}_{i+1} \quad (2)$$

$$\dot{\omega}_{i+1} = \frac{d(\omega_i + \dot{q}_{i+1})}{dt} = \dot{\omega}_i + (\ddot{q}_{i+1} + \omega_i \times \dot{q}_{i+1}) \quad (3)$$

式中: $\dot{q}_1 = [0 \ 0 \ \dot{q}_1]^T$; $\dot{q}_2 = [s_1 \ -c_1 \ 0]^T \dot{q}_2$; $\dot{q}_3 = [c_2 c_1 \ c_2 s_1 \ s_2]^T \dot{q}_3$ 。

随体坐标系原点 o 的绝对加速度为

$$\dot{v}_3 = L[-s_1 \ddot{q}_1 - c_1 \dot{q}_1^2 \ c_1 \ddot{q}_1 - s_1 \dot{q}_1^2 \ 0]^T \quad (4)$$

式中: L 为 o 点至定坐标系原点 o_0 的距离。

第3级转子上任意一点 M 在随体坐标系的位置矢量用随体坐标系基矢量表示为 $r = [r_x \ r_y \ r_z]^T$, 用定坐标系基矢量表示为 $r_0 = [r_{x_0} \ r_{y_0} \ r_{z_0}]^T$, 两者的关系为 $r_0 = Dr$ 。

点 M 的绝对加速度为

$$a = \dot{v}_3 + \dot{\omega}_3 \times r_0 + \omega_3 \times (\omega_3 \times r_0) \quad (5)$$

离心机运转过程中 $[r_{x_0} \ r_{y_0} \ r_{z_0}]^T$ 随时间变化,但在随体坐标系中 $[r_x \ r_y \ r_z]^T$ 不变。给定点 M 的位置 r ,由转换关系得到 r_0 ,代入式(5)中即可计算出点 M 的绝对加速度。

点 M 的绝对加速度用随体坐标系基矢量的表达为 $[a_x \ a_y \ a_z]^T$,用定坐标系基矢量的表达为 $[a_{x_0} \ a_{y_0} \ a_{z_0}]^T$,由坐标系之间的转换关系得

$$[a_x \ a_y \ a_z]^T = D^{-1} [a_{x_0} \ a_{y_0} \ a_{z_0}]^T \quad (6)$$

式(5)、(6)是加速度计算和逆问题求解的基础。

1.3 运动学模型验证

由于加速度解析式推导过程复杂,坐标系之间的转换运算极易出错,为了确保加速度计算和后续运动参数求逆的正确性,采用多体系统仿真软件(RecurDyn)进行仿真试验,对理论模型进行验证。

离心机主旋臂臂长为 8 m ,取第3级转子上坐标为 $[r_x \ r_y \ r_z]^T = [-0.35 \ 0.67 \ 0.1]^T$ 的 M 为观察点。初始时刻转角 $q_1 = q_2 = q_3 = 0\text{ rad}$,初始角速度 $\dot{q}_1 = 0\text{ rad/s}$, $\dot{q}_2 = 6\text{ rad/s}$, $\dot{q}_3 = 3\text{ rad/s}$ 及角加速度 $\ddot{q}_1 = 2\pi\text{ rad/s}^2$, $\ddot{q}_2 = 1.8\pi\text{ rad/s}^2$, $\ddot{q}_3 = 1.8\pi\text{ rad/s}^2$ 。将上述参数分别代入运动学理论模型和

RecurDyn 仿真模型,计算 2 s 内 M 点绝对加速度在随体坐标系各轴上的分量,加速度计算结果如图 2 所示。

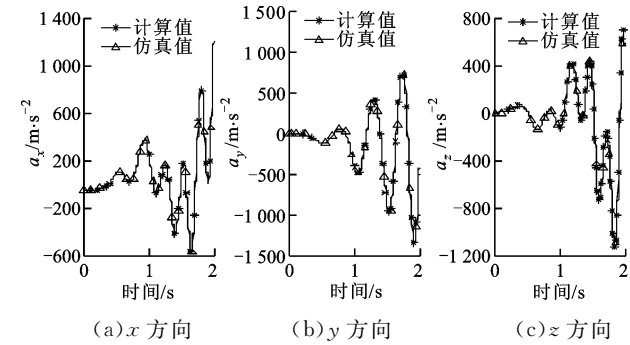


图2 加速度计算结果

仿真试验结果和理论模型计算结果吻合,验证了理论模型的正确性。

2 运动学求逆算法

在三轴离心机上开展加速度模拟试验的关键是在已知预期加速度载荷的情况下,确定各级转子的角速度、角加速度等运动参数,使得试验系统能够提供预期的加速度。

加速度过载控制点为随体坐标系原点,定义为控制点绝对加速度 $\mathbf{a}$ 与重力加速度 g 的比值

$$\mathbf{G} = \mathbf{a}/g \quad (7)$$

过载 $\mathbf{G}$ 随体坐标系基矢量为 $[G_x \ G_y \ G_z]^T$, 定坐标系基矢量为 $[G_{x_0} \ G_{y_0} \ G_{z_0}]^T$ 。

控制点的合过载大小为

$$G_a = \frac{L(\ddot{q}_1^2 + \dot{q}_1^4)^{1/2}}{g} \quad (8)$$

式(8)为关于 $\dot{q}_1$ 的高阶非线性微分方程,不易求解。取微小时间周期 Δt , 主旋臂的角速度可以近似为

$$\dot{q}_{1-t_1+\Delta t} = \dot{q}_{1-t_1} + \ddot{q}_{1-t_1+\Delta t} \Delta t \quad (9)$$

将式(9)代入式(8),略去包含 Δt^3 、 Δt^4 的高阶项,得到关于 $\dot{q}_1$ 的一元二次方程,求解得到主旋臂的角加速度

$$\ddot{q}_{1-t_1+\Delta t} = [-2\dot{q}_{1-t_1}^3 \Delta t + ((1+6\dot{q}_{1-t_1}^2 \Delta t^2)G_{a-t_1+\Delta t}^2 g^2 / L^2 - \dot{q}_{1-t_1}^6 - 2\dot{q}_{1-t_1}^4 \Delta t^2)^{1/2}] (1+6\dot{q}_{1-t_1}^2 \Delta t^2)^{-1} \quad (10)$$

式(10)中包含求根式,过载下降阶段根号内判别式 $(1+6\dot{q}_{1-t_1}^2 \Delta t^2)G_{a-t_1+\Delta t}^2 g^2 / L^2 - \dot{q}_{1-t_1}^6 - 2\dot{q}_{1-t_1}^4 \Delta t^2$ 可能为负,方程无解。针对这一问题,文献[13]采用 Jacobi 椭圆函数进行求解,该方法能计算加载和卸载段主旋臂运动参数,但是方程较为复杂,过载模拟

的最大误差为 0.49g。文献[11]提出了基于二维插值的模拟算法,以加载段运动参数建立数据库,查找与卸载段过载、过载变化率相近的数据插值计算出卸载段的 $\ddot{q}_1$ 。该算法的精度与数据库的大小、数据间隔密切相关。本文采用构造对称荷载的方法,卸载段求解示意图如图 3 所示, $t_1 \sim t_2$ 时段为卸载段(实线),构造与其对称的加载段曲线,按照虚线所示方向步进行求解。

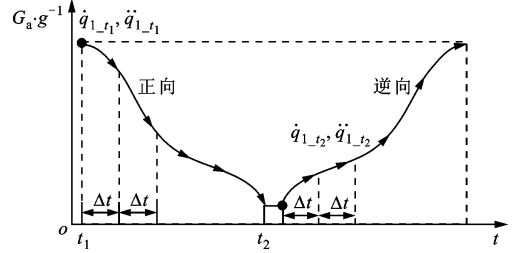


图3 卸载段求解示意图

过载由坐标转换矩阵得到,其在基坐标系与随体坐标系中的分量之间的关系为

$$\left. \begin{aligned} G_x &= c_3 (G_{x_0} s_1 - G_{y_0} c_1) + s_3 (G_{x_0} c_1 s_2 + G_{y_0} s_1 s_2) \\ G_y &= c_2 (-G_{x_0} c_1 - G_{y_0} s_1) \\ G_z &= c_3 (G_{x_0} c_1 s_2 - G_{y_0} s_1 s_2) + s_3 (G_{y_0} c_1 - G_{x_0} s_1) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

求解方程组得到第 2、3 级转子的转动角度

$$q_2 = \arccos(-G_y / (G_{x_0} c_1 + G_{y_0} s_1)) \quad (12)$$

$$q_3 = \arcsin(G_x / A^{1/2}) - \varphi_1 \quad (13)$$

或

$$q_3 = \arcsin(G_z / B^{1/2}) - \varphi_2 \quad (14)$$

式中: $A = (G_{x_0} s_1 - G_{y_0} c_1)^2 + (G_{x_0} c_1 s_2 + G_{y_0} s_1 s_2)^2$;

$$B = (G_{x_0} s_1 - G_{y_0} c_1)^2 + (G_{x_0} c_1 s_2 + G_{y_0} s_1 s_2)^2$$

$$\sin(\varphi_1) = (G_{x_0} s_1 - G_{y_0} c_1) / A^{1/2}$$

$$\cos(\varphi_1) = (G_{x_0} c_1 s_2 + G_{y_0} s_1 s_2) / A^{1/2}$$

$$\sin(\varphi_2) = (G_{x_0} c_1 s_2 + G_{y_0} s_1 s_2) / B^{1/2}$$

$$\cos(\varphi_2) = (G_{y_0} c_1 - G_{x_0} s_1) / B^{1/2}$$

根据上述求解思路及计算公式,模拟预期过载的各轴运动参数,运动参数求解流程如图 4 所示。

3 过载模拟及结果验证

针对两种不同形式的预期过载,依据求逆算法求解运动参数。以计算得到的运动参数为系统输入,在 RecurDyn 中仿真离心机过载控制点的输出加速度,对比输出结果与预期值之间的差异,验证了算法的可行性与计算结果的准确性。离心机以主旋臂匀速转动提供径向加速度 1g 的方式启动^[7],选

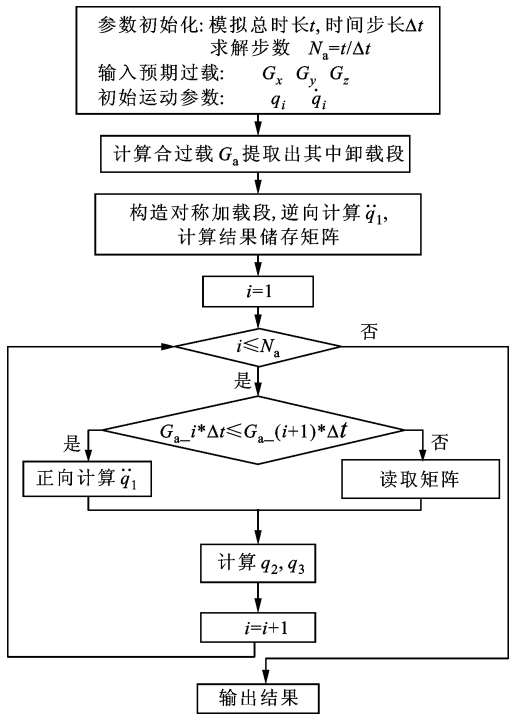


图 4 运动参数求解流程

择典型的单向梯形过载进行模拟,单轴预期过载曲线如图 5 所示。 x 、 y 方向过载值恒为 0, z 方向过载由 1g 以 6g/s 的变化率加载至 13g 并保持 4 s,而后以 4g/s 的变化率卸载至 1g,从第 7.2 s 开始以 8g/s 的变化率加载至 6g,保持 8.8 s,而后以 5g/s 的变化率卸载至 1g。

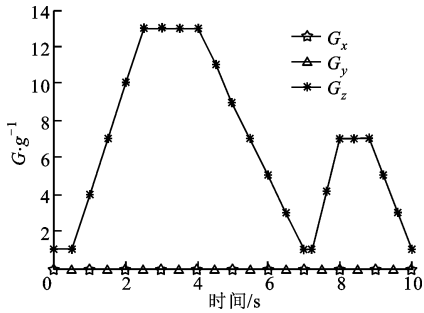


图 5 单轴预期过载曲线

初始运动参数为: $q_1=0 \text{ rad}, q_2=0.5\pi \text{ rad}, q_3=-\pi \text{ rad}, \dot{q}_1=(g/L)^{1/2} \text{ rad/s}, \dot{q}_2=\dot{q}_3=0 \text{ rad/s}$, 根据算法求解离心机各级转子运动参数,单轴运动参数计算结果如图 6 所示。将图 6 所得结果作为系统输入,分别采用理论模型和 RecurDyn 软件仿真模型计算控制点的加速度过载值,并与预期过载对比,单轴仿真结果和三轴预期过载曲线如图 7、8 所示。仿真结果与预期过载高度重合,理论模型计算出的加速度过载与预期过载的最大绝对误差为 0.062 8g,软件仿真过载值与预期过载的最大绝对误差为

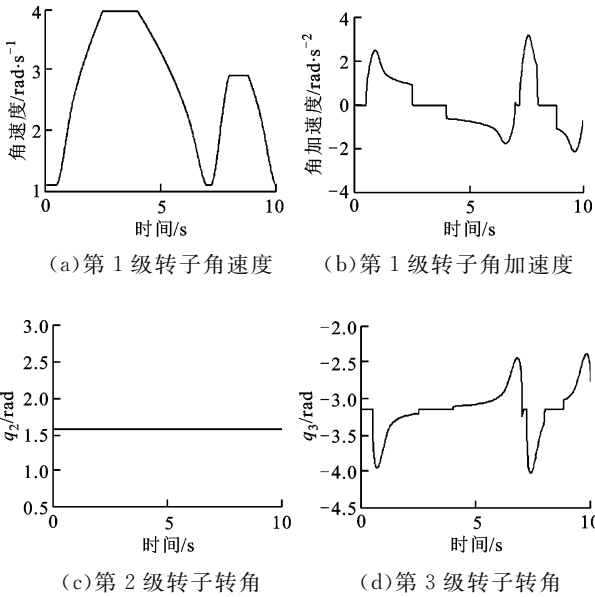


图 6 运动参数计算结果

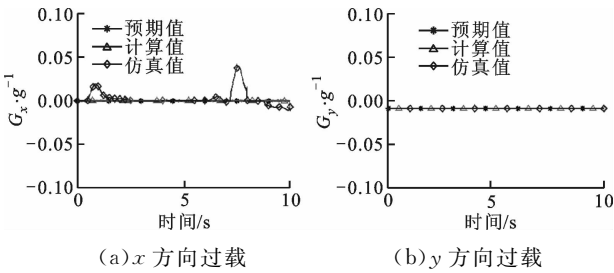


图 7 单轴过载仿真结果

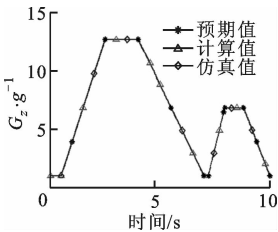


图 8 三轴预期过载曲线

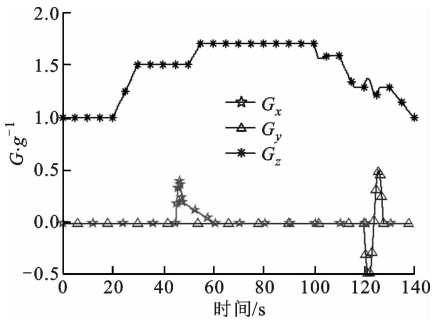


图 9 三轴运动参数计算结果和过载仿真结果

0.045 9g。三轴运动参数计算结果和过载仿真结果如图 9、10 所示。理论模型计算出的过载与预期过载的最大绝对误差为 $3 \times 10^{-4} g$, 软件仿真过载值与

预期过载的最大绝对误差为 $0.011\ 4g$ 。

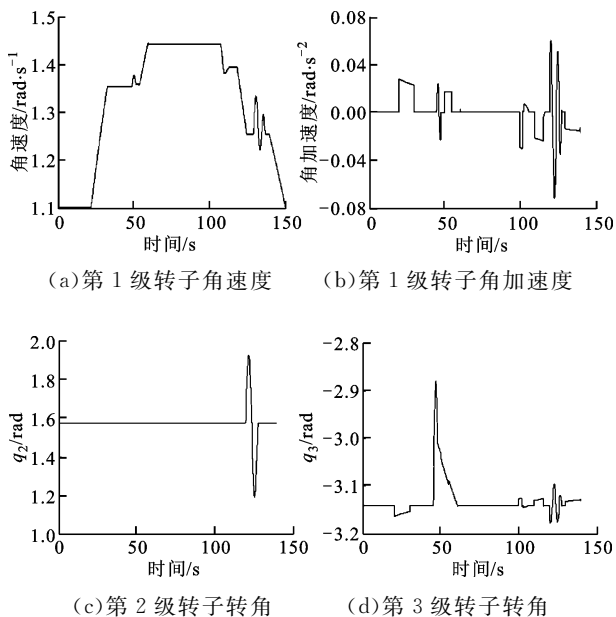


图9 三轴运动参数计算结果

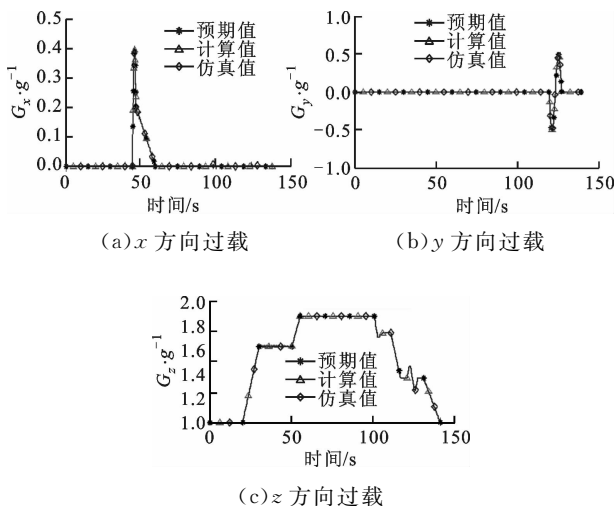


图10 三轴过载仿真结果

4 结 论

本文以确定三轴离心试验中各级转子运动参数和实现预期加速度过载为目标,开展了三轴离心机运动学正、逆问题的建模与参数计算。采用理论模型和软件模型对算法进行验证,仿真试验结果与预期过载高度重合,文中对两种典型过载模拟的最大绝对误差在 $0.07g$ 以内,比文献[13]中的最大绝对误差 $0.49g$ 要小。模型和算法适用性强,能够方便推广到不同构型的离心机上。所开展的工作为三轴离心试验中试验载荷的设计提供了理论依据和设计方法。

参考文献:

- [1] 柴世杰,童中翔,高彦玺. 未来空战与推力矢量技术[J]. 航空计算技术, 2002, 32(3): 45-48.
CHAI Shijie, TONG Zhongxiang, GAO Yanxi. Future air combat and thrust vectoring technology [J]. Aeronautical Computer Technique, 2002, 32(3): 45-48.
- [2] KVRGIC V M, VIDAKOVIC J Z, LUTOVAC M M, et al. A control algorithm for a centrifuge motion simulator [J]. Robotics and Computer-integrated Manufacturing, 2014, 30(4): 399-412.
- [3] 常乐,刘正华,温暖,等. 新型三轴离心机系统构型及数学建模[J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(2): 283-288.
CHANG Le, LIU Zhenghua, WEN Nuan, et al. Configuration and mathematical modeling for advanced three-axis centrifuge system [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2015, 41(2): 283-288.
- [4] 宋琼,胡荣华. 动态飞行模拟器及其发展概述[J]. 装备环境工程, 2015, 12(5): 11-18.
SONG Qiong, HU Ronghua. Summarization of dynamic flight simulator and its development [J]. Equipment Environmental Engineering, 2015, 12(5): 11-18.
- [5] 马杰,姚郁. 一种新型动态飞行过载模拟器及其运动学分析[J]. 系统仿真学报, 2009, 21(s2): 112-114.
MA Jie, YAO Yu. Kinematics analysis of new flight acceleration simulator [J]. Journal of System Simulation, 2009, 21(s2): 112-114.
- [6] 杨业,梁禄扬,吴浩,等. 基于带回转台离心机试验的惯性平台仿真建模研究[J]. 航天控制, 2014, 32(2): 9-17.
YANG Ye, LIANG Luyang, WU Hao, et al. Inertial platform modeling and simulation based on centrifuge test with a rotating table [J]. Aerospace Control, 2014, 32(2): 9-17.
- [7] 贾普照. 稳态加速度模拟试验设备: 离心机设计[J]. 航天器环境工程, 2010, 27(4): 534-541.
JIA Puzhao. Steady state acceleration simulation test equipment: centrifuge design [J]. Spacecraft Environment Engineering, 2010, 27(4): 534-541.
- [8] 廖建平,龙祖洪,徐永,等. 基于双离心机的正弦加速度数学模型的建立[J]. 中国惯性技术学报, 2007, 15(2): 252-254.
LIAO Jianping, LONG Zuhong, XU Yong, et al. Sine acceleration model based on double centrifuge [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2007, 15(2): 252-254.

- [9] 由俊生, 由勇, 许叙遥, 等. 歼击机飞行员三轴加速度过载模拟建模与仿真研究 [J]. 系统仿真学报, 2006, 18(s2): 28-30.
YOU Junsheng, YOU Yong, XU Xuyao, et al. Research for modeling and simulation of pilot three-shaft acceleration [J]. Journal of System Simulation, 2006, 18(s2): 28-30.
- [10] 张东锋, 欧锋. 一类飞行器动态变化加速度模拟试验原理探索 [J]. 装备环境工程, 2015, 12(5): 56-60.
ZHANG Dongfeng, OU Feng. Simulation test principle for a type of aircrafts with variable accelerations [J]. Equipment Environmental Engineering, 2015, 12(5): 56-60.
- [11] 关立文, 刘慧, 付萌. 动态飞行模拟器实时运动规划算法 [J]. 清华大学学报(自然科学版), 2015, 55(7): 709-715.
GUAN Liwen, LIU Hui, FU Meng. Real-time motion planning algorithm for dynamic flight simulators [J]. Journal of Tsinghua University (Science & Technology), 2015, 55(7): 709-715.
- [12] RICHARD C, DENNIS K. Controlling the human centrifuge as a force and motion platform for the dynamic flight simulation [EB/OL]. [2017-01-16]. <https://arc.aiaa.org/doi/pdf/10.2514/6.1985-1742>.
- [13] VIDA KOVIC J, FERENC G, LUTOVAC M, et al. Development and implementation of an algorithm for calculating angular velocity of main arm of human centrifuge [C]//15th International Power Electronics and Motion Control Conference. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2012: 13256171.
- [14] 韩清凯, 罗忠. 机械系统多体动力学分析、控制与仿真 [M]. 北京: 科学出版社, 2010: 8-12.

(编辑 赵炜)

(上接第 43 页)

(2) 试验中的 2 种电场对预混稀燃火焰都有明显的促进作用, 且在相同电压幅值下, 施加正电场对火焰的促进效果更好。

(3) 不同电场对预混火焰的促进机理是完全不同的, 在负电场作用下主要是正离子的离子风效应, 在正电场作用下主要是电子参与了化学反应。

参考文献:

- [1] WEINBERG F J. Advanced combustion method [M]. New York, USA: Academic Press, 1986: 331-332.
- [2] VEGA E V, LEE K Y. An experimental study on laminar $\text{CH}_4/\text{O}_2/\text{N}_2$ premixed flames under an electric field [J]. J Mech Sci Technol, 2008, 22(2): 312-319.
- [3] HU J, RIVIN B, SHER E. The effect of an electric field on the shape of co-flowing and candle type methane-air flame [J]. Experimental Thermal and Fluid Science, 2000, 21(1/2/3): 124-133.
- [4] MARCUM S D, GANGULY B N. Electric field induced flame speed modification [J]. Combustion and Flame, 2005, 143(1/2): 27-36.
- [5] KIM M K, CHUNG S H, KIM H H. Effect of electric fields on the stabilization of premixed laminar Bunsen flames at low AC frequency: bi-ionic wind effect [J]. Combustion and Flame, 2012, 153(3): 1151-1159.
- [6] DUAN H, WU X M, SUN T Q, et al. Effects of electric field intensity and distribution on flame propagation speed of $\text{CH}_4/\text{O}_2/\text{N}_2$ flames [J]. Fuels, 2015, 158: 807-815.
- [7] LEWIS B, ELBE G V. Determination of the speed of flames and the temperature distribution in a spherical bomb from time-pressure explosion records [J]. Journal of Chemical Physics, 1934, 2(5): 283-290.
- [8] SELLE A, RIEDEL U, FAUCHAIS P, et al. Heat and mass transfer under plasma conditions [M]. New York, USA: Academy of Sciences, 1999: 72-80.
- [9] ALTENDORFNER F, KUHLE J, ZIGAN L. Study of the influence of electric fields on flames using planar LIF and PIV techniques [J]. Proceedings of the Combustion Institute, 2011, 33(2): 3195-3201.
- [10] LAWTON J, WEINBERG F J. Electrical aspects of combustion [M]. Oxford, UK: Clarendon Press, 1969: 70.
- [11] van den BOOM J, KONNOV A, VERHASSELT A, et al. The effect of a DC electric field on the laminar burning velocity of premixed methane/air flames [J]. Proceedings of the Combustion Institute, 2009, 32(1): 1237-1244.
- [12] BISETTI F, MORSLI M E. Calculation and analysis of the mobility and diffusion coefficient of thermal electrons in methane/air premixed flames [J]. Combustion and Flame, 2012, 159(12): 3518-3521.
- [13] FIALKOV A B. Investigations on ions in flames [J]. Progress in Energy & Combustion Science, 1997, 23: 399-528.

(编辑 苗凌)